



AIMETA

Associazione Italiana di Meccanica Teorica ed Applicata

AIMETA'03

XVI Congresso AIMETA di Meccanica Teorica e Applicata
16th AIMETA Congress of Theoretical and Applied Mechanics

Ferrara, 9 - 12 Settembre 2003

Università di Ferrara

STUDIO DI UN MECCANISMO ADATTATIVO DELLA COPPIA TRASMISSIBILE DA UN VARIATORE

M. CAMMALLERI¹, A. BECCARI²

¹ *Dipartimento di Meccanica, Università di Palermo, Palermo, cammalleri@dima.unipa.it*

² *Dipartimento di Meccanica, Università di Palermo, Palermo, beccari@dima.unipa.it*

SOMMARIO

In questo lavoro si presenta un algoritmo per realizzare un meccanismo di autoregolazione per trasmissioni CVT ad una o due vie, dotate di variatore a cinghia trapezoidale di gomma. Il meccanismo di controllo è realizzato riprogettando la geometria di comuni regolatori a masse centrifughe ed attuatori con molla di contrasto.

L'algoritmo tiene conto: della caratteristica meccanica di coppia del motore primo, del tipo di schema a due vie; del variogramma della trasmissione, che è l'andamento voluto del rapporto di trasmissione in funzione della velocità angolare dell'albero motore, del rendimento dei componenti, nonché della meccanica delle cinghie trapezoidali e degli attuatori; progettato il variatore si mostra anche come valutare il comportamento della trasmissione ai carichi parziali.

ABSTRACT

This paper presents a systematic approach to design a mechanical-type feedback control for single or split way CVT with rubber V-belt variator. The control system consists in a centrifugal roller actuator and in a torque cam actuator.

The algorithm permits choosing the wanted matching between the engine and the transmission (for instance close to the minimum bsfc or the maximum power status) and designing the actuators: roller mass, housing shape, contact plate angle for the centrifugal roller actuator and elical cam shape for the torque cam actuator. On the other hand, once known the actuator parameters, it permits calculating the engine and transmission matching for part load. The procedure takes into consideration also the single component efficiency and the mechanical behaviour of the V-belt.

1. INTRODUZIONE

Le trasmissioni a variazione continua del rapporto (CVT) vengono utilizzate sempre più frequentemente per migliorare le prestazioni dei sistemi (meccanici) in cui sono inserite.

Nei variatori a cinghia trapezoidale e pulegge espansibili, su ciascuna semipuleggia mobile deve essere esercitata, mediante opportuni attuatori, una forza in grado di equilibrare la spinta

assiale prodotta dalla cinghia in ogni condizione di funzionamento. Se le coppie da trasmettere non sono alte e la cinghia è di gomma, le spinte assiali necessarie risultano relativamente basse, grazie anche all'elevato coefficiente di aderenza. Questa circostanza rende possibile l'utilizzo di semplici attuatori meccanici automatici. Nei variatori per motocicli, per esempio, viene utilizzato generalmente un attuatore azionato da masse centrifughe sulla semipuleggia motrice ed uno azionato da una molla sulla semipuleggia condotta. Questi variatori hanno il pregio di autoregolarsi, in quanto il rapporto di trasmissione di funzionamento, a regime costante, risulta univocamente determinato dalle condizioni al contorno: velocità angolare della puleggia primaria e coppia resistente applicata alla puleggia secondaria.

D'altra parte, esiste la possibilità di modificare le caratteristiche di una trasmissione CVT, quali apertura (rapporto fra il valore massimo e minimo del rapporto di trasmissione), potenza trasmissibile e rendimento, utilizzando trasmissioni con due vie in parallelo; una a rapporto variabile con continuità e l'altra a rapporto fisso.

Combinare i vantaggi dei due sistemi sopra descritti e quindi avere la possibilità di realizzare trasmissioni CVT a due vie autoregolate, appare quindi molto interessante.

Una trasmissione CVT a due vie, peraltro, impone al variatore condizioni al contorno diverse da quelle presenti nel caso di trasmissione semplice ad una via, al variare del rapporto di trasmissione complessivo, per data coppia e velocità angolare del motore.

Scopo di questo lavoro è quello di presentare un algoritmo che, per date condizioni al contorno del variatore, consenta di riprogettare la geometria dei due attuatori, al fine di rendere l'andamento di coppia trasmissibile dal variatore il più prossimo possibile a quello richiesto dalle condizioni al contorno imposte.

Il progetto tiene conto: della caratteristica meccanica di coppia del motore primo, del tipo di schema a due vie; del variogramma della trasmissione, che è l'andamento voluto del rapporto di trasmissione in funzione della velocità angolare dell'albero motore, del rendimento dei componenti, nonché della meccanica delle cinghie trapezoidali e degli attuatori; progettato il variatore si mostra anche come valutare il comportamento della trasmissione ai carichi parziali.

2. TRASMISSIONE IN DOPPIA VIA

Come già detto, l'apertura e la potenza trasmissibile di una trasmissione CVT possono essere modificate mediante l'utilizzo di trasmissioni CVT in doppia via. Queste sono costituite da due rami di trasmissione di potenza in parallelo: uno a rapporto variabile con continuità e l'altro a rapporto fisso. I due rami confluiscono in un rotismo epicicloidale (R.E.) da un lato, mentre dall'altro o sono collegati insieme (schemi mono R.E.) o sono collegati ad un secondo rotismo epicicloidale (schemi bi R.E.) (vedi [1] [2], anche per uno sguardo sulla letteratura).

L'uso di questi schemi consente sostanzialmente di amplificare o la potenza trasmissibile o l'apertura dell'intera trasmissione, rispetto ai corrispondenti valori caratteristici del solo variatore, riducendo contemporaneamente il parametro complementare, apertura o potenza,. In particolare, definito guadagno cinematico il rapporto $(d\tau/\tau)/(d\tau_v/\tau_v)$ e guadagno di potenza il rapporto tra la potenza entrante nella trasmissione e quella transitante nel variatore $P_1/P_v(\tau_v)$, in esercizio ideale il prodotto di questi due guadagni è uguale ad uno [3]. Ciò implica che un'amplificazione dell'apertura è pagata da un maggior transito di potenza nel variatore e quindi da una maggiore dimensione necessaria (classe) per lo stesso; in esercizio reale, il carico sul variatore diminuisce rispetto al caso ideale, ma diminuisce anche il rendimento della trasmissione rispetto a quello del solo variatore. Una riduzione dell'apertura invece, implica

minori potenze nel variatore e maggiori rendimenti. Conseguire contemporaneamente un aumento di apertura, rendimento e potenza trasmissibile rispetto al solo variatore, è possibile soltanto ricorrendo a schemi a due vie multimodali, che combinando tra loro, mediante freni o frizioni, più schemi a due vie di apertura ridotta, consentono di sommare fra loro i diversi campi di variazione del rapporto di trasmissione [3] [4].

Lo schema di trasmissione a due vie preso in considerazione in questo studio è quello più semplice con un solo rotismo epicicloidale ed un solo modo di funzionamento (Figura 1).

Per questo schema, definita $A_v = \tau_{vM} / \tau_{vm}$ l'apertura del variatore, $A = \tau_M / \tau_m$ l'apertura della trasmissione¹ e γ_v il rapporto tra le coppie ideali dei rami b e 2, il legame tra il rapporto di trasmissione complessivo τ è quello geometrico del solo variatore τ_v può esprimersi come [1]:

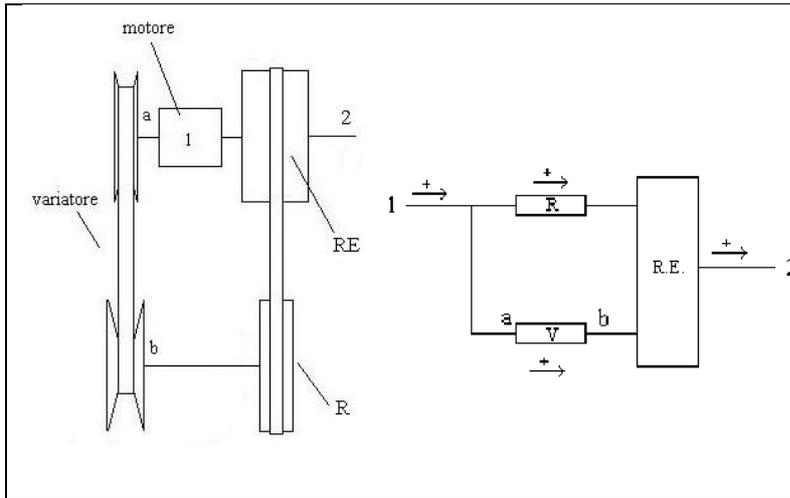


Figura 1 Schema di trasmissione CVT a due vie

$$\tau = \tau_r (1 - \gamma_v) + \gamma_v (\tau_v \eta_{vs}) \quad (1)$$

$$\gamma_v = \frac{C_b}{C_2} = \frac{\tau_M}{\tau_{vM}} \cdot \frac{A_v}{A} \cdot \frac{A-1}{A_v-1}$$

dove con η_{vs} si è indicato il rendimento del variatore dovuto alle sole perdite di scorrimento e con τ_r il rapporto di trasmissione del riduttore R a rapporto fisso. Il comportamento cinematico della trasmissione rimane quindi completamente

definito indipendentemente dalle possibili configurazioni interne del RE.

Il rendimento η della trasmissione può ricavarsi imponendo l'equilibrio delle coppie nel nodo in Figura 1. Indicando con η_{vt} il rendimento del variatore dovuto alle perdite di coppia, si ha [1]:

$$\eta = \frac{\eta_{vt}}{(1 - \bar{\gamma}_v) \tau_r \frac{\eta_{vt}}{\eta_r} + \bar{\gamma}_v \tau_v} \cdot \tau \quad (2)$$

dove con $\bar{\gamma}_v$ si è definito il rapporto tra le coppie dei rami b e 2 in esercizio reale.

Il valore di $\bar{\gamma}_v$ dipende dal rendimento η_0 del RE reso ordinario e, a differenza di γ_v , dal ramo al quale è collegato il portatreno [2]. Dal punto di vista del rendimento conviene collegare il portatreno al ramo maggiormente caricato della trasmissione, in quanto in questo caso le perdite nel RE risultano minori [5]. Supponendo una trasmissione con $A > A_v$, risulta $\gamma_v > 1$ e quindi il ramo più caricato è il b. In questa ipotesi si ha: $\psi = (1 - \gamma_v)^{\pm 1}$ e $\bar{\gamma}_v = 1 + \eta_0 (\gamma_v - 1)$, dove ψ è il rapporto di trasmissione del RE reso ordinario.

Conseguentemente la coppia applicata all'albero secondario del variatore è data da:

¹ Si indica con i pedici _m ed _M il valore che una variabile dipendente dal rapporto di trasmissione τ , assume quando τ , è rispettivamente minimo e massimo.

$$C_b = \frac{\eta}{\tau} \cdot \bar{\gamma}_v \cdot C_1 \quad (3)$$

dove C_1 è la coppia applicata al ramo 1, ossia la coppia erogata dal motore.

3. MOTORE

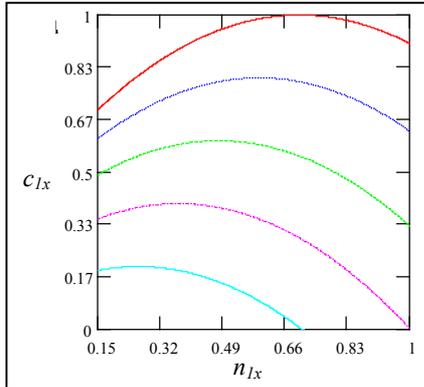


Figura 2 Caratteristica meccanica di un motore a c.i.

Si è assunto che la coppia motrice vari in funzione della velocità angolare, $C_1=C_1(n_{1x})$ come nella Figura 2, tipica di un motore a combustione interna:

$$\begin{cases} c_{1x} = 2n_{1xc}OTn_{1x} + (OT - n_{1xc}^2)n_{1x}^2 \\ n_{xcOT} = n_{1xc} - (1-OT)(n_{1xc} - n_{1xmin}) \end{cases} \quad (4)$$

dove c_{1x} ed n_{1x} sono rispettivamente la coppia e la velocità angolare normalizzate (relative ai rispettivi massimi), n_{1xc} è la velocità angolare di coppia massima a piena ammissione, OT ($0 \div 1$) è il grado di parzializzazione del motore ed infine n_{1xmin} è la velocità angolare di minimo.

4. VARIOGRAMMA

Il variogramma di una trasmissione CVT descrive l'andamento della velocità angolare di uscita in funzione di quella di ingresso e quindi implicitamente lega il rapporto di trasmissione alla velocità angolare del motore. Un tipico variogramma di trasmissione CVT in coordinate normalizzate è mostrato in Figura 3.

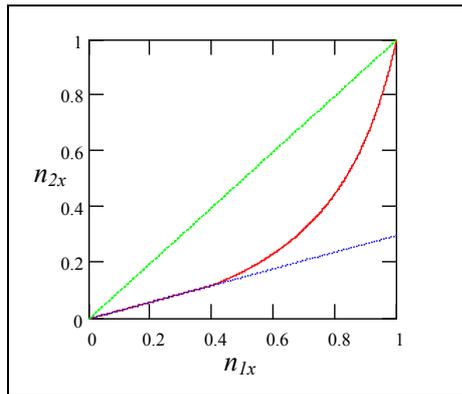


Figura 3 Variogramma tipo per una CVT

di rapporto avviene invece automaticamente secondo una curva del tipo rappresentato in Figura 3: il rapporto di trasmissione si mantiene costante e minimo fino ad un certo valore della velocità angolare del motore (n_{1xi}) e quindi comincia a crescere fino a raggiungere il valore massimo. L'andamento di Figura 3 è esprimibile, per esempio, con: $n_{2x} = n_{1x} / (a_v(1-n_{1x}) + 1)$: a_v è una numerica che determina il valore di n_{1xi} . Da quest'ultima si ricava la relazione $n_1 = n_1(\tau)$ tra il rapporto di trasmissione complessivo e la velocità angolare del motore.

$$n_{1x} = 1 - \frac{1 - \frac{\tau}{\tau_M}}{\frac{\tau}{\tau_m} - \frac{\tau}{\tau_M}} (1 - n_{1xi}) \quad (5)$$

5. VARIATORE

5.1 Parametri geometrici del variatore

In Figura 4 sono rappresentate e definite le principali grandezze meccaniche e geometriche riguardanti il variatore. Con i pedici a,b si indicano le grandezze riguardanti la puleggia primaria, secondaria. Fissato il rapporto di trasmissione τ_v , le altre grandezze geometriche sono univocamente determinate. Posto [6]:

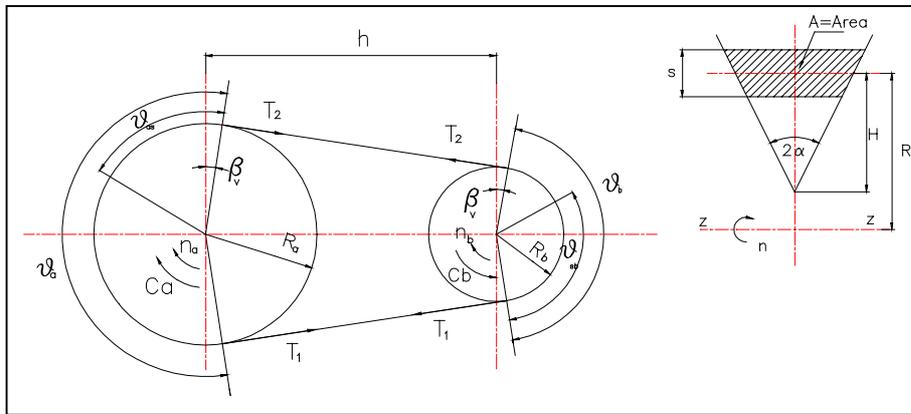


Figura 4 Grandezze fisico geometriche variatore

$$a_1 = \frac{\pi h (\tau_v + 1)}{2(\tau_v - 1)^2}$$

$$a_2 = \frac{h(L - 2h)}{(\tau_v - 1)^2}$$

L lunghezza della cinghia, i raggi di avvolgimento della cinghia sulle due pulegge sono:

$$R_a \equiv R_b \tau_v \quad R_b \equiv \sqrt{a_2 + a_1^2} - a_1 \quad \text{Posto [7] } \beta_v = \arcsin((R_a - R_b)/h)$$

gli angoli di avvolgimento sono: $\vartheta_a = \pi + 2\beta_v$ e $\vartheta_b = \pi - 2\beta_v$.

Infine per gli spostamenti assiali delle due semipulegge mobili si ha:

$$\Delta x_a = 2 \tan \alpha (R_a - R_{am}) \quad \Delta x_b = 2 \tan \alpha (R_{bM} - R_b).$$

5.2 Meccanica delle cinghie a V

La teoria classica dei flessibili (Eulero –Grashof), applicata all'equilibrio della cinghia a V, conduce ad una espressione della spinta assiale generata dalla cinghia del tipo: $F_z = (T_1 - qV^2) \cdot Z(\theta_s, \tau_v)$, dove q e V sono rispettivamente la densità e la velocità lineari della cinghia, mentre $Z(\theta_s, \tau_v)$ è una funzione del rapporto di trasmissione τ_v e dell'angolo di scorrimento θ_s [7]. Come è noto, però, nel caso di cinghie di gomma a V, gli effetti della penetrazione in gola della cinghia dovuta alla compressione laterale da parte delle pulegge, non sono trascurabili [6][8]. Prendendo quindi in considerazione anche lo scorrimento radiale della cinghia, l'espressione della spinta assiale, pur mantenendo la stessa forma, presenta un differente legame funzionale $Z(\theta_s, \tau_v)$, dove θ_s è differente per le due pulegge (in genere $\theta_{sa} \ll \theta_{sb}$) in quanto differente risulta essere la legge di distribuzione delle tensioni sulle due pulegge. In

generale, per l'equilibrio interno del variatore può scriversi:

Puleggia motrice		Puleggia condotta
$C_a = (T_1 - T_2)R_a$	Equilibrio alla rotazione	$C_b = (T_1 - T_2)R_b$
$\frac{T_2 - qV^2}{T_1 - qV^2} = G_a(\theta_{sa}, \tau_v)$	Equilibrio del cinghia (distribuzione delle tensioni)	$\frac{T_1 - qV^2}{T_2 - qV^2} = G_b(\theta_{sb}, \tau_v)$
$F_{za} = \frac{(T_1 - qV^2)}{2 \tan(\alpha + \varphi)} \cdot Z_a(\theta_{sa}, \tau_v)$	Equilibrio in direzione assiale (spinte assiali)	$F_{zb} = \frac{(T_2 - qV^2)}{2 \tan(\alpha + \varphi)} \cdot Z_b(\theta_{sb}, \tau_v)$

dove con φ si è indicato l'angolo di attrito tra cinghia e puleggia.

Il funzionamento del variatore è governato dalle sue condizioni di equilibrio, esprimibili con il precedente set di sei equazioni in dieci variabili ($n_a, C_a, \theta_{sa}, F_{za}, T_1, T_2, \tau_v, C_b, \theta_{sb}, F_{zb}$) ($V \propto n_a$). Ciò implica che possono teoricamente scegliersi quattro qualunque di queste variabili per controllare il variatore.

Se gli attuatori sono assegnati, le spinte sulle semipulegge (F_{za}, F_{zb}) non sono più variabili indipendenti, per cui il rapporto di trasmissione di funzionamento a regime costante τ_v , rimane univocamente determinato, per esempio, dalla velocità angolare della puleggia primaria n_a e dalla coppia resistente applicata alla puleggia secondaria C_b .

In fase di progetto, invece, possono imporsi il variogramma della trasmissione (equazione (5) $n_I = n_I(\tau)$ e quindi per la (1) in $n_a = n_a(\tau_v)$, essendo $n_a = n_I$), la caratteristica di coppia massima del motore (equazione (4) $C_I = C_I(n_I)$ e quindi per la (3) in $C_b = C_b(\tau_v)$), e la condizione limite di aderenza per la cinghia (il che equivale a minimizzare la tensione massima della cinghia, $\theta_{sb} = \text{cost.} * \theta_b(\tau_v)$), per determinare, in funzione del solo rapporto di trasmissione τ_v , l'andamento delle spinte assiali generate dalla cinghia sulle due pulegge, da utilizzare come dato di progetto degli attuatori:

$$F_{za} = \frac{C_b Z_a(\theta_{sa}, \tau_v)}{R_b 2 \tan(\alpha + \varphi)} \cdot \frac{G_b(\theta_{sb}, \tau_v)}{G_b(\theta_{sb}, \tau_v) - 1} \quad (6)$$

$$F_{zb} = \frac{C_b}{R_b 2 \tan(\alpha + \varphi)} \cdot \frac{Z_b(\theta_{sb}, \tau_v)}{G_b(\theta_{sb}, \tau_v) - 1} \quad (7)$$

Le funzioni G e Z , derivano dalla integrazione di un set di equazioni differenziali nel quale sono racchiuse sia le equazioni di equilibrio e di penetrazione della cinghia sia le condizioni geometriche del variatore [6][8]. Tale integrazione è però in genere possibile soltanto mediante una complessa procedura numerica, per cui diversi sforzi sono stati fatti da vari autori per formulare delle espressioni approssimate, più semplici da utilizzare, almeno per il calcolo delle spinte assiali [9][10]. Recentemente Sorge [11] ha proposto un modello che, sebbene meno semplice dei precedenti, consente di risolvere in forma chiusa l'intero set di equazioni diffe-

renziali nel caso di cinghia con rigidità trasversale molto minore di quella longitudinale. Tale modello è quello utilizzato in questo lavoro.

In particolare si ha:

$$\begin{cases} G_b(\theta_{sb}, \tau_v) = 1 + \frac{p}{2k_1} \left(\frac{k_1 - k_2}{p - k_2} \right) [\cosh(\Omega \theta_{sb}) - 1] \\ Z_a(\theta_{sa}, \tau_v) \cong \theta_a \\ Z_b(\theta_{sb}, \tau_v) = \theta_b + \left(\frac{k_1 - k_2}{p - k_2} \right) \frac{1}{2} \left(\frac{\sinh(\Omega \theta_{sb})}{\Omega} - \theta_{sb} \right) \end{cases}$$

dove k_1 , k_2 , p e Ω sono parametri che dipendono dal rapporto di trasmissione τ_v .

Posto $k = 2 \tan \alpha S_{\perp} / S_{\parallel}$, in cui S_{\perp} e S_{\parallel} rappresentano rispettivamente la rigidità trasversale e longitudinale della cinghia [8] ($S_{\perp} = E_{\perp} s R_b^2 / H$, $S_{\parallel} = E_{\parallel} A$, E modulo di elasticità, vedi Figura 4), k risulta proporzionale a R_b^2 e quindi è anch'esso funzione del rapporto di trasmissione. Definendo k_0 il valore di k per $\tau_v=1$, si ha: $k =$

$$k_0 (R_b / R_{b1:l})^2, \quad k_1 = k \tan(\alpha + \varphi) / \tan \alpha, \quad k_2 = k \tan(\alpha - \varphi) / \tan \alpha, \quad p = 0.6 p_0 + 0.4 p_{\infty},$$

dove $p_0 = \sqrt{(1.5 - f \tan \alpha)^2 + 2k(1 + f / \tan \alpha) - (1.5 - f \tan \alpha)}$ e p_{∞} è la radice reale più grande dell'equazione $w^3 + (2 - k - f^2 \tan \alpha^2)w^2 - (3 + 2f^2)kw + k^2(1 - (f / \tan \alpha)^2) = 0$.

$$\text{Infine } \Omega = \left(\sqrt{(k_1 - p)(p - k_2)} / p \right) \cdot \left(\sqrt{\cos(\alpha + \varphi) \cos(\alpha - \varphi)} / \cos \varphi \right).$$

Per valori del parametro $k_0 \leq 0.15$ i risultati ottenuti con questo modello sono praticamente coincidenti con quelli ottenibili con l'integrazione numerica. Il valore di k_0 è derivabile anche sperimentalmente come descritto in [11].

5.3 Regolatore a masse centrifughe

Un regolatore a masse centrifughe (Figura 5) è costituito da una rampa rettilinea assialmente fissa e da una rampa curva, solidale invece alla semipuleggia mobile. Tra le due rampe è interposta una serie di rulli che, posti in rotazione dalla puleggia, grazie alla forza centrifuga tendono ad allontanare tra loro le due rampe, facendo variare di conseguenza il raggio di avvolgimento della cinghia e quindi il rapporto di trasmissione.

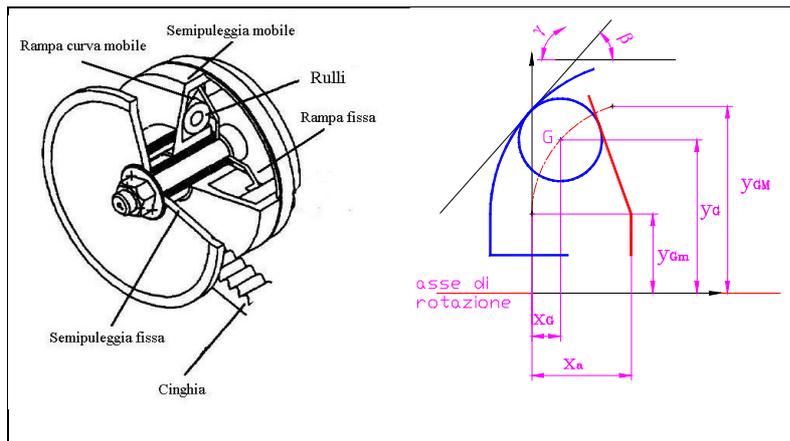


Figura 5 Regolatore a masse centrifughe

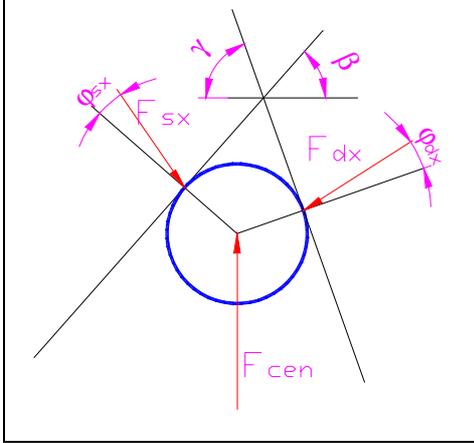
invece, consente sia di definire completamente la geometria dell'attuatore centrifugo, assegnata la legge di variazione della spinta assiale, sia, viceversa, di calcolare le spinte assiali per assegnato profilo di forma qualunque.

Oliver *et al.* [12], e successivamente altri [13][14] sulla scorta dei suoi risultati, hanno formulato equazioni che permettono di valutare le spinte assiali per assegnata geometria dell'attuatore. Il modello, però, mal si presta ad essere utilizzato in senso inverso, ossia per ottenere il profilo, assegnate le spinte assiali, anche perché si basa sull'ipotesi che il profilo curvo sia sempre un arco di circonferenza.

Il modello qui proposto, in-

5.3.1 Equilibrio del rullo e spinta assiale

In Figura 6 è mostrato lo schema di corpo libero del rullo nell'ipotesi di imminente upshift (aumento del rapporto di trasmissione); imponendo le condizioni di equilibrio radiale, assiale e alla rotazione si ottiene:



$$\begin{aligned} F_{cen} &= F_{dx} \cos(\gamma - \varphi_{dx}) + F_{sx} \cos(\beta - \varphi_{sx}) \\ F_{dx} \sin(\gamma - \varphi_{dx}) &= F_{sx} \sin(\beta - \varphi_{sx}) \\ F_{dx} \sin(\varphi_{dx}) &= F_{sx} \sin(\varphi_{sx}) \end{aligned}$$

Dalle prime due equazioni, essendo $F_{zact} = F_{dx} \sin(\beta - \varphi_{sx})$ e $F_{cen} = M \cdot n_a^2 \cdot y_G$ si ricava la forza assiale generata dall'attuatore centrifugo:

$$F_{zacta} = \frac{M \cdot n_a^2 \cdot y_G}{\cot(\gamma - \varphi_{dx}) + \cot(\beta - \varphi_{sx})} = F_{zacta}(\tau_v, n_a) \quad (8)$$

Figura 6 Schema di corpo libero del rullo dove M è la massa complessiva dei rulli, y_G la distanza del baricentro G del rullo dall'asse di rotazione della puleggia e β l'angolo formato dalla tangente al profilo nel punto di contatto con il rullo, coincidente con la tangente alla traiettoria di G (Figura 5).

Combinando la seconda e la terza equazione si ricavano informazioni sul moto del rullo. Essendo:

$$\frac{\sin(\gamma - \varphi_{dx})}{\sin(\varphi_{dx})} = \frac{\sin(\beta - \varphi_{sx})}{\sin(\varphi_{sx})}$$

si evince che quando $\beta > \gamma$ $\varphi_{sx} = \varphi_a > \varphi_{dx}$ e il rullo rotola a destra e striscia a sinistra, mentre quando $\beta < \gamma$ $\varphi_{sx} < \varphi_{dx} = \varphi_a$ e il rullo rotola a sinistra e striscia a destra, essendo φ_a l'angolo di attrito tra rullo e rampa.

In condizioni di imminente downshift, le forze di attrito invertono il loro verso e quindi nelle espressioni precedenti gli angoli φ cambiano segno, ma le considerazioni sul moto del rullo rimangono inalterate.

5.3.2 Determinazione dei profili

Prendendo un sistema di riferimento come in Figura 5, solidale alla traiettoria di G , per una generica posizione del rullo può scriversi:

$$\begin{cases} x_a = x_G + r \sin \gamma + \cot \gamma \cdot (y_G + r \cos \gamma) \\ \frac{dy_G}{dx_G} = \tan \beta \end{cases} \Rightarrow \frac{dy_G}{dx_a} = \frac{1}{\cot(\gamma) + \cot(\beta)} = \frac{1}{2 \tan \alpha} \frac{dy_G}{dR_a}$$

dovendo essere in condizioni di equilibrio $F_{zacta} = F_{za}$, trascurando l'attrito nell'equazione (8), si ha:

$$y_G \cdot dy_G = \frac{2 \tan \alpha}{M \cdot n_a^2} \cdot F_{za} dR_a \quad (9)$$

che rappresenta l'equazione differenziale della traiettoria di G al variare di τ_v .

Integrando ambo i membri e ponendo $I(\tau_v) = \int_{\tau_{vm}}^{\tau_v} \frac{F_{za}}{n_a^2} \frac{dR_a}{d\tau_v} d\tau_v$, si ottiene:

$$y_G(\tau_v) = \sqrt{\frac{4 \tan \alpha}{M} I(\tau_v) + y_{Gm}^2} \quad (10)$$

Fissati y_{GM} e y_{Gm} , per esempio in funzione delle dimensioni della puleggia e del diametro dell'albero primario, si ricava la massa complessiva necessaria dei rulli:

$$M = \frac{4 \tan \alpha \cdot I(\tau_{vM})}{y_{GM}^2 - y_{Gm}^2} \quad (11)$$

Posto che deve essere $\tan \beta \geq 0$, dall'equazione (8) si ottiene:

$$\tan \gamma \geq \frac{dy_G}{dx_a} = \frac{F_{za}}{M \cdot n_a^2 \cdot y_G} \quad (12)$$

la quale può utilizzarsi per calcolare il valore dell'angolo γ , per esempio imponendo l'uguaglianza nella condizione più critica, ossia per $\tau_v = \tau_{vm}$.

Noto l'angolo γ , si ricava l'ascissa del baricentro G del rullo, dalla:

$$x_G(\tau_v) = \Delta x_a - \frac{y_G - y_{Gm}}{\tan \gamma} \quad (13)$$

Una volta nota completamente la traiettoria di G , da semplici considerazioni geometriche può ricavarsi il profilo della rampa:

$$x_p = x_G - r \sin \beta \quad y_p = y_G + r \cos \beta \quad (14)$$

dove l'angolo β è ora ricavabile dall'equazione (8), mentre x_p e y_p rappresentano le coordinate del profilo nel riferimento Figura 5.

5.4 Attuatore secondario

La spinta assiale necessaria a garantire l'aderenza tra cinghia e puleggia è in genere assicurata da una molla elicoidale compressa tra la semipuleggia mobile dell'albero secondario ed una parete fissa. Nei variatori per motocicli, è inoltre presente una spinta aggiuntiva, proporzionale alla coppia resistente applicata all'albero, ottenuta inclinando le guide di scorrimento della semipuleggia mobile rispetto all'asse della puleggia di un certo angolo δ (in Figura 5 $\delta = \text{cost.}$). Dall'equilibrio in direzione assiale della semipuleggia mobile si ottiene:

$$F_{zactb} = (F_0 + K \Delta x_b) + \frac{C_b}{d} \tan(\delta \mp \varphi_b) = F_{zactb}(\tau_v, C_b) \quad (15)$$

dove F_0 e K sono il precarico e la rigidezza della molla, d è il diametro medio della guida elicoidale, mentre $\mp \varphi_b$ è l'angolo di attrito della guida, rispettivamente in caso di imminente

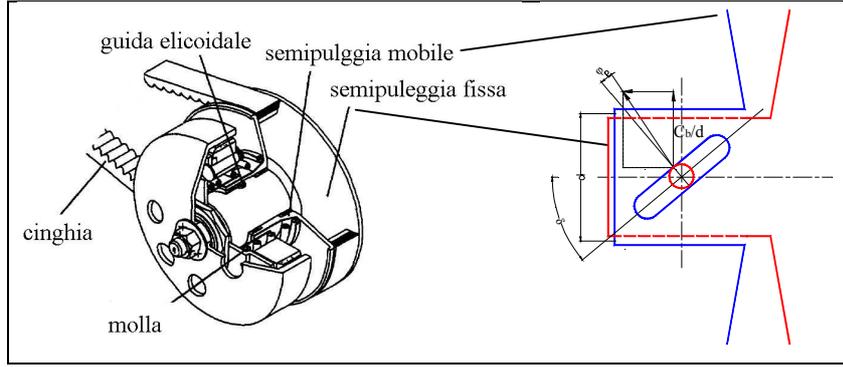


Figura 7 Attuatore secondario

che rappresenta l'equazione differenziale della linea d'asse della guida.

6. VERIFICA AI CARICHI PARZIALI

Determinata la geometria degli attuatori, le condizioni di equilibrio (vedi par 5.2) del variatore consentono anche di determinare il comportamento della trasmissione in condizione di motore parzializzato. Essendo in questo caso imposte le spinte assiali e la caratteristica di coppia motrice (diversa da quella di progetto), rimane univocamente determinato il legame tra τ ed n_I al variare di τ_v , ossia il variogramma della trasmissione.

Infatti fissato OT , data $C_I = C_I(n_I)$, l'equazione (3) implica $C_b = C_b(\tau_v, n_a)$, la quale sostituita nelle equazioni (6), (7) e (15) riduce le condizioni di equilibrio ad un sistema di due equazioni, che, al variare di τ_v , consente di determinare $n_a = n_I$ e θ_{sb} .

$$\begin{cases} \frac{Mn_1^2 y_G(\tau_v)}{\cot \beta(\tau_v) + \cot \gamma} = \frac{C_b(\tau_v, n_a)}{2 \tan(\alpha + \varphi) R_b(\tau_v)} \cdot \frac{G_b(\theta_{sb}, \tau_v)}{G_b(\theta_{sb}, \tau_v) - 1} \cdot \theta_a(\tau_v) \\ F_0 + K\Delta x_b(\tau_v) + C_b(\tau_v, n_a) \frac{\tan \delta(\tau_v)}{d} = \frac{C_b(\tau_v, n_a)}{2 \tan(\alpha + \varphi) R_b(\tau_v)} \cdot \frac{Z_b(\theta_{sb}, \tau_v)}{G_b(\theta_{sb}, \tau_v) - 1} \end{cases} \quad (17)$$

7. ESEMPIO APPLICATIVO

A titolo di esempio, si supponga di realizzare una trasmissione CVT in doppia via secondo lo schema di Figura 1 con apertura tripla rispetto a quella del solo variatore, cioè $A = 3A_v$, ma con il medesimo rapporto di trasmissione massimo, il che implica $\tau_r = 1$.

Supponendo, per semplicità, costante il rendimento dei componenti della trasmissione, cosa in realtà vera per il variatore soltanto ai carichi medio alti, si assume: $\eta_r = 0.99$, $\eta_{vs} = 0.95$, $\eta_{vt} = 0.92$, $\eta_0 = 0.96$. Dalle equazioni (1), (2) e (3) è quindi possibile calcolare il rapporto di trasmissione τ e il rendimento η al variare di τ_v (Figura 8).

Infine nota la geometria degli attuatori le (17), mediante un processo iterativo che converge rapidamente, consentono di ricavare i variogrammi della trasmissione per diversi gradi di parzializzazione del motore (Figura 11).

upshift o downshift. Dovendo essere in condizioni di equilibrio $F_{zactb} = F_{zb}$, trascurando l'attrito nelle guide, si ha:

$$\begin{aligned} \tan \delta &= [F_{zb} - (F_0 + k\Delta x_b)] \frac{d}{C_b} = \\ &= \tan \delta(\tau_v) = \frac{dy_b}{dx_b} \end{aligned} \quad (16)$$

A_v	3.34	k_0	0.15
τ_{vM}	1	y_{GM}	33 mm
L	755 mm	y_{Gm}	25 mm
h	255 mm	r	10 mm
α	14°	F_0	274 N
$f = \tan \varphi$	0.3	K	2 N/mm
q	0.124 kg/m	d	38.5 mm

Tabella 1 Dati variatore e cinghia

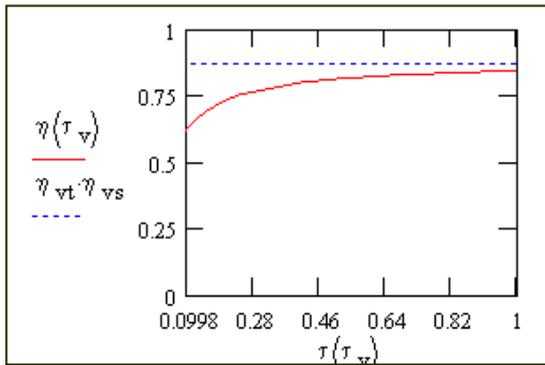


Figura 8 Rendimento della trasmissione e del solo variatore.

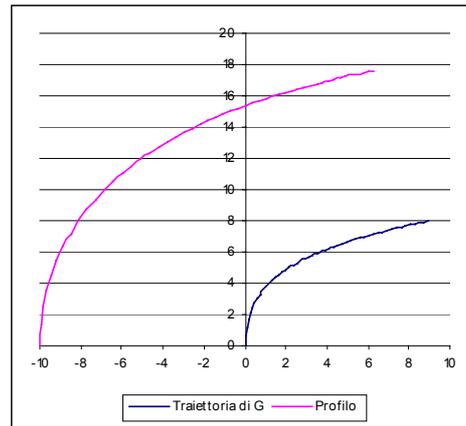


Figura 9 Profilo curvo e traiettoria di del centro del rullo

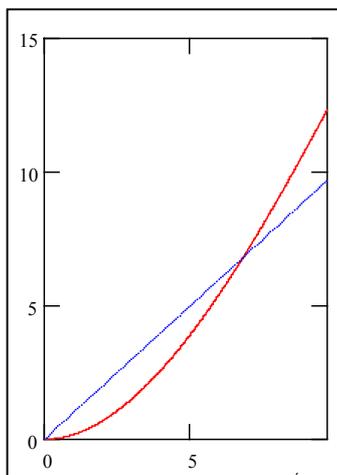


Figura 10 Linea d'asse della guida elicoidale

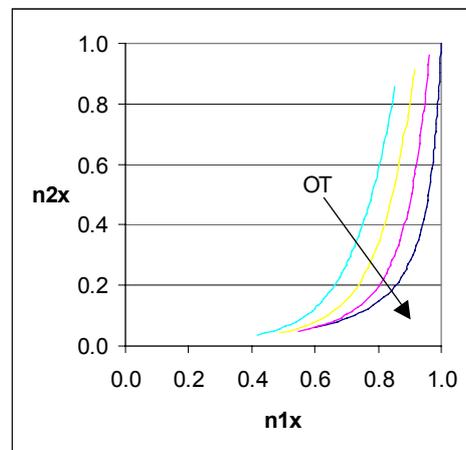


Figura 11 Variogrammi per diversi valori di carico

Si può notare che per assegnata velocità in uscita, il motore tende ad avere regimi di rotazione tanto più bassi, quanto maggiore è la parzializzazione, cosa che rende questo tipo di trasmissione particolarmente adatta alla trazione stradale.

8. RINGRAZIAMENTI

Gli autori ringraziano il Ministero dell'Università (MIUR) per il finanziamento di questa ricerca (fondi Progetto Giovani Ricercatori anno 2000).

9. LISTA DEI SIMBOLI

C	Coppia	y_G	Coordinata del centro del rullo
d	Diametro medio guida elicoidale	α	Semiangolo del V della cinghia

F_0	Precarico della molla	β	Angolo di inclinazione della tangente alla traiettoria del centro del rullo	Pedici	
F_z	Forza assiale della cinghia	γ	Angolo di inclinazione della rampa piana	1	Motore
F_{zact}	Forza assiale degli attuatori	δ	Angolo di inclinazione dell'elica	2	Utilizzatore
K	Rigidità della molla	Δx	Spostamento assiale delle semipulegge	a	Puleggia primaria
M	Massa complessiva dei rulli	η	Rendimento della trasmissione	b	Puleggia secondaria
n	Velocità angolare	η_{vs}	Rendimento cinematico del variatore	m	Valore della variabile per τ_m
q	Densità lineare della cinghia	η_{vt}	Rendimento dinamico variatore	M	Valore della variabile per τ_M
R	Raggio di avvolgimento	θ	Angolo di avvolgimento della cinghia	x	Variabile normalizzata
T_1	Tensione massima della cinghia	θ_s	Angolo di scorrimento della cinghia		
T_2	Tensione minima della cinghia	τ	Rapporto di trasmissione della doppia via		
V	Velocità lineare della cinghia	τ_v	Rapporto di trasmissione geometrico del variatore		
x_G	Coordinata del centro del rullo	φ	Angolo di attrito cinghia/puleggia		

10. BIBLIOGRAFIA

- [1] Andolina M., Beccari A.: Continuous Variation Transmission in Automotive Application: Extension of the Working Range of Automotive Transmission to Start and Reverse Motion with Minimization of Variator Dimension, *The JSAE Intern. Conf. CVT '96*, Yokohama, Japan, 1996.
- [2] Beccari A., Sorge F.: Improved Performance of C.V. Transmissions for Passenger Cars, *ATA, 3rd Intern. Conf. Innovation and Reliability in Automotive Design and Testing*, Firenze, Italy, 1992.
- [3] Beccari A., Cammalleri M., Sorge F.: Experimental Results for a Two-Mode Split-Way CVT, *CVT 2002 Congress VDI Berichte 1709–Munich (Germany)*, October 7-8 2002.
- [4] Beccari A.: Schemi bimodali ottimizzati per la trasmissione di potenza con due vie in parallelo e rapporto di trasmissione variabile con continuità, Istituto di Macchine Università di Palermo, 1997.
- [5] Andolina M, Beccari A., Sorge A.: Trasmissione della potenza meccanica in doppia via con variazione continua del rapporto di trasmissione, Istituto di Macchine Università di Palermo, 1996.
- [6] Gerbert G.: Traction Belt Mechanics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 1999.
- [7] Beccari A., Cammalleri M.: Implicit Regulation for Automotive Variators, *Proceed. of Inst. of Mech. Engin.*, D6, v. 215, 2001.
- [8] Sorge F.: A Qualitative-Quantitative Approach to V-Belt Mechanics, *ASME Journ. of Mech. Design*, v. 118, 1996.
- [9] Dolan J.P., Worley W.S.: Closed-form Approximations to the Solution of V-Belt Force and Slip Equations, *Trans. ASME, Journal of Mechanical Design*, Vol. 107, pp. 292-300, 1995.
- [10] Miloiu G.: Druckkraft in stufenlosen Getrieben II, *Antriebstechnik*, Vol. 8, pp. 450-459, 1969.
- [11] Sorge F., Beccari A., Cammalleri M.: Operative Variator Characterization for CVT Improvement, *The JSME Intern. Confer. on Motion and Power Transmissions*, Fukuoka, Japan, November 15-17, 2001.
- [12] Oliver L.R., Hornung K.G., Swenson J.E., Shapiro H.N.: Design Equations for a Speed and Torque Controlled Variable Ratio V-Belt Transmission, *SAE paper 730003*.
- [13] Kim H., Lee H., Song H., Kim Hyunsoo: Analysis of Rubber Belt CVT with Mechanical Actuators, *The JSME Intern. Confer. on Motion and Power Transmissions*, Fukuoka, Japan, November 15-17, 2001.
- [14] Sheu K.B., Chiou S.T., Hwang W.M., Wang T.S., Yan H.S.: New Automatic Hybrid Transmissions for Motorcycles, *Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A)* Vol.23 No. 6, pp. 716-727, 1999.