CAPITOLO 1

SINTESI DEI MECCANISMI

§ 1. – Sintesi grafica del manovellismo di spinta.

Il problema da risolvere è quello di determinare, per un manovellismo di spinta centrato (fig.1), la lunghezza, r, della manovella e quella, l, della biella, tale che il moto alternativo del piede di biella abbia come estremi due punti B_1 e B_2 la cui distanza sia una prefissata corsa h.

E' equivalente, se si ipotizza una manovella di lunghezza unitaria, a quello di determinare il valore della obliquità della biella, $l = r/l$, cui far corrispondere una corsa $s = h/r$.

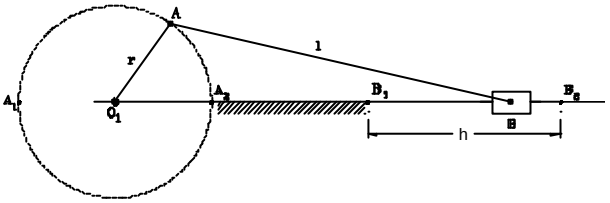


Figura 1

Come è noto, i punti morti del piede si avranno per le due configurazioni in cui manovella e biella sono allineate: in sovrapposizione per il p.m.i (B_1), o in prolungamento per il p.m.e. (B_2); la lunghezza r della manovella è, quindi, immediatamente determinata, dovendo essere $r = h/2$, oppure $\sigma = 2$.

Rimane del tutto arbitraria la posizione della coppia rotoidale fissa O_1, salvo il fatto che questa deve trovarsi esternamente al segmento B_1B_2 se si vuole che la O_1A sia effettivamente una manovella; scelta tale posizione, le intersezioni della circonferenza di raggio r con la guida del moto sono le posizioni, A_1 ed A_2, del punto A corrispondenti alle con-

figurazioni di p.m., e pertanto la distanza A_2B_2 è la lunghezza l da assegnare alla biella.

In definitiva, quindi, la scelta della lunghezza della biella, ovvero di λ, offre infinite soluzioni, legate alla posizione di O_1.

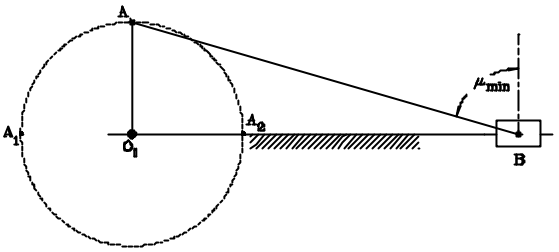


Figura 2

E' allora possibile imporre un'altra condizione: per esempio quella che, durante la rotazione della manovella, non diventi troppo piccolo l'angolo di trasmissione μ. Ora, chiaramente, il minimo valore di μ si ha quando la manovella risulta perpendicolare alla guida del moto, e in questa circostanza è:

$$\cos\mu_{min} = \frac{r}{l} = \lambda$$

Risulterà quindi:

$$l = \frac{r}{\lambda} = \frac{r}{\cos\mu_{min}} = \frac{h}{2\cos\mu_{min}}$$

Graficamente (fig.3), fissato il valore μ_{min} desiderato, il problema si risolve conducendo per B_2 un segmento di lunghezza $r = h/2$ perpendicolare al-la guida del moto, e, dalla sua estremità K individuare l'intersezione H con una retta inclinata dell'angolo μ_{min} prefissato; il segmento B_2H è la lunghezza l da assegnare alla biella. Un arco di cerchio di raggio l e centro in B_2 intercetterà la guida del moto in A_2, ed un successivo arco di cerchio di raggio r e centro in A_2 intercetterà ancora la guida del moto in quello che dovrà essere il punto O_1.

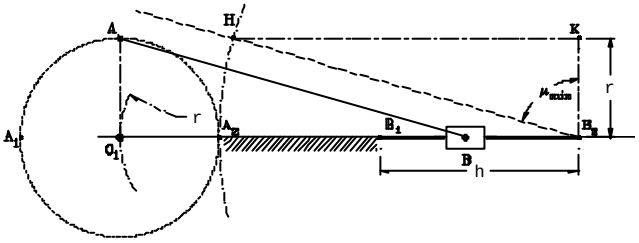


Figura 3

Il manovellismo risulta così completamente definito; e se la manovella ruota con velocità angolare ω costante, nello stesso tempo T in cui essa compie un giro, $(T = 2p/w)$, il piede di biella B avrà percorso sia la corsa di andata che quella di ritorno.

Sarà quindi:

$$T = t_s + t_a = \frac{a+b}{w} = \frac{2p}{w}$$

avendo indicato con α l'angolo di rotazione della manovella che porta il piede dal p.m.e. al p.m.i, e con β l'angolo di rotazione della manovella che porta il piede dal p.m.i. al p.m.e.
Se prendiamo come riferimento l'angolo β, vale quindi la relazione:

$$\frac{b}{t_a} = \frac{2p}{t_a + t_s}$$

e quindi, se è $\beta=\pi$, ne segue:

$$2t_a = t_a + t_s \quad \Rightarrow \quad t_a = t_s$$

e ciò vuol dire che con un manovellismo centrato i tempi di percorrenza delle due corse saranno sempre uguali.

Un'altra esigenza di progetto da voler soddisfare potrebbe essere quella, per esempio, che il piede, per un dato angolo di rotazione

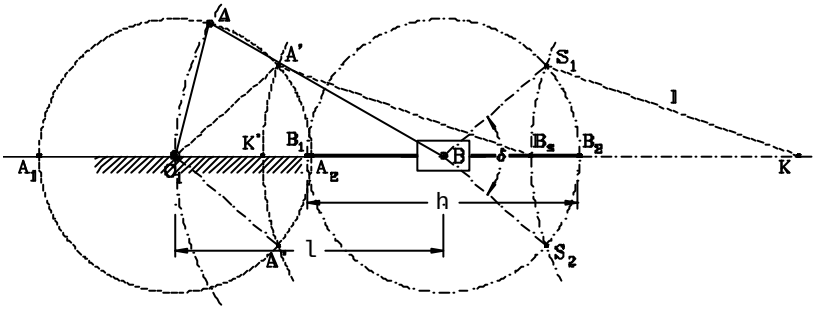


Figura 4

δ della manovella si mantenga (fig. 4) entro il tratto B_sB_2.

In tal caso basterà riportare su B_1B_2 il cerchio di manovella di raggio h/2 e tracciare, simmetricamente rispetto alla guida, l'angolo δ: il raggio S_1K dell'arco di cerchio passante per B_s e per le intersezioni S_1 ed S_2 è la lunghezza della biella che risolve il problema, e la posizione della coppia rotoidale fissa è quella del punto a distanza l dal centro della circonferenza per B_1 e B_2.
Si comprende dalla fig. 4 che i due triangoli BS_1K e $O_1A'B_s$ risultano uguali, così come sono uguali i due segmenti B_sB_2 e $K'A_2$; si noti inoltre che, se il piede di biella B deve muoversi alla destra del cerchio di manovella, il punto B_s deve necessariamente trovarsi alla sinistra della

congiungente S_1S_2: la sua posizione limite, quella coincidente con la intersezione di S_1S_2 con la guida del moto corrisponderebbe infatti ad un manovellismo con una biella di lunghezza infinita.

Come si deduce da quanto su esposto, un manovellismo centrato ($\alpha=\beta=\pi$), la cui manovella ruoti con velocità angolare costante. darà luogo comunque ad un moto del piede di biella con uguali tempi di percorrenza delle due corse. Ne segue che quando è richiesto che il piede B compia le due corse con velocità media diversa occorre utilizzare un manovellismo non centrato.

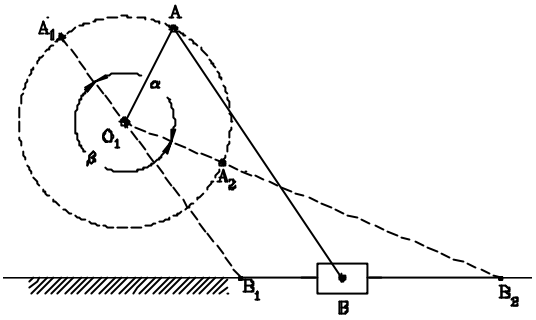


Figura 5

In tal caso saranno evidentemente diversi i due angoli α e β, e, nella disposizione di fig.5, sarà $\alpha<\beta$.

Dalla stessa fig.5 si può notare che, una volta fissati questi valori, risulta definito il triangolo $B_1O_1B_2$, i cui lati sono $O_1B_1=(l-r)$, $O_1B_2=(l+r)$ e $B_1B_2=h$ ed il cui angolo in O_1 è pari a $\beta-\pi$; quest'angolo, d'altra parte, dipendendo solamente dai valori di α e β, è invariante con la posizione occupata da O_1 rispetto al telaio.

Da ciò discende la seguente costruzione (fig. 6).

Prefissata la corsa h del piede di biella ed il valore dell'angolo β, dal punto medio P_0 del segmento B_1B_2, che individua appunto la corsa h, si traccia una perpendicolare alla guida su cui si può fissare il punto O tale che l'angolo $B_1\hat{O}B_2$ sia il doppio dell'angolo $\beta-\pi$; tracciando la circonferenza di centro O e raggio OB_1, l'angolo $B_1\hat{P}_2B_2$ vale proprio $\beta-\pi$ ed è quindi l'angolo che

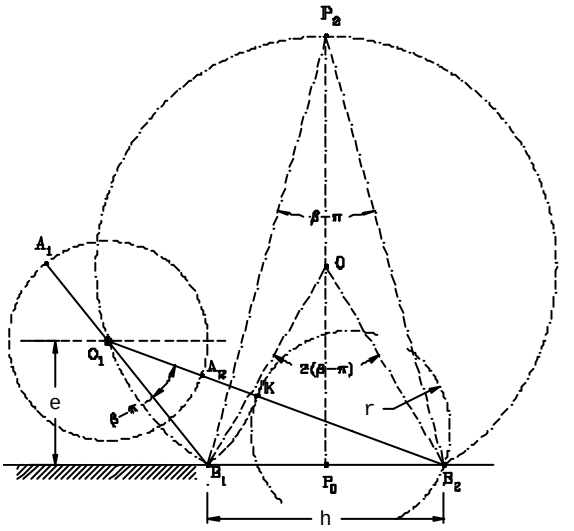


Figura 6

dovranno formare fra le direzioni della biella nelle configurazioni di p.m.i. e p.m.e.. Ovviamente ciò vale anche per qualunque altro punto scelto sulla circonferenza: è quindi valido scegliere su di essa un punto O_1 come centro della coppia rotoidale fissa della manovella, fissando di conseguenza l'eccentricità *e* del manovellismo nella distanza di O_1 dalla guida.

Considerando poi che è $O_1B_1=(l-r)$ e $O_1B_2=(l+r)$ si può risalire al valore da assegnare alla lunghezza delle due aste. Graficamente è sufficiente riportare in K il punto B_1: il segmento KB_2 vale:

$$O_1B_2 - O_1B_1 = (l+r) - (l-r) = 2r$$

e quindi la sua metà è il raggio di manovella. Costruendo la circonferenza di centro O_1 e raggio r si hanno subito i punti A_1 ed A_2, posizione, ai punti morti, del bottone di manovella, e la lunghezza della biella $l=A_2B_2$.

Quest'ultima fase della risoluzione del problema può essere eseguita anche in altro modo (fig. 7): mandando da P_2 le perpendicolari alle O_1B_1 ed O_1B_2; queste intercetteranno le direzioni della biella proprio nei punti A_1 ed A_2.

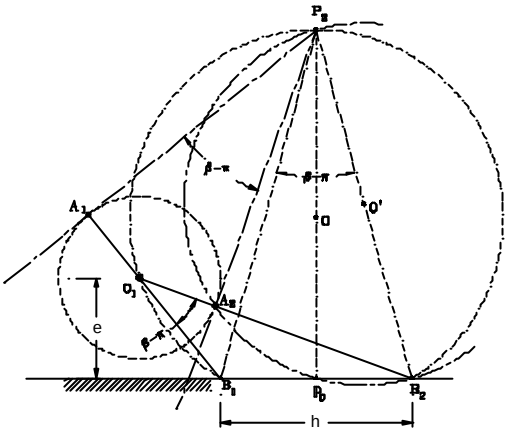


Figura 7

Infatti, i due triangoli rettangoli $A_1P_2B_1$ e $A_2P_2B_2$ hanno uguali, per costruzione, le ipotenuse P_2B_1 e P_2B_2; inoltre hanno in P_2 lo stesso angolo, somma di $(\beta-\pi)+A_2\hat{P}_2B_1$. Sono quindi uguali fra loro, sia i lati A_1B_1 e A_2B_2 che i lati A_1P_2 e A_2P_2. Ne segue che, poiché questi due ultimi sono contemporaneamente cateti rispettivamente dei due triangoli rettangoli $A_1P_2O_1$ e $A_2P_2O_1$ aventi in comune l'ipotenusa P_2O_1, è pure $A_1O_1=A_2O_1=r$ e di conseguenza $A_1B_1=A_2B_2=l$.

La convenienza ad utilizzare questa costruzione si ha nel fatto che, qualunque sia la posizione scelta per O_1 sulla circonferenza di centro O, il punto A_2, essendo sempre il vertice dell'angolo retto del triangolo $P_2A_2B_2$, al variare d'O_1, si troverà in ogni caso su una circonfe-

renza il cui diametro è P_2B_2: tracciando quindi la circonferenza di centro O', punto medio di P_2B_2, si può evidenziare tutta una serie di manovellismi, con eccentricità e raggi di manovella diversi, ma che risolvono tutti il problema proposto.

E', tuttavia, necessario tener presente che la scelta della posizione di O_1 sulla circonferenza di centro O ha delle limitazioni. Solo gli archi di circonferenza che stanno all'esterno delle due perpendicolari alla guida condotte per B_1 e B_2 possono essere utilizzati: diversamente, per poter far percorrere al piede l'intera corsa sarebbe necessario "sciogliere i vincoli" del meccanismo (fig. 8). Si consideri, infatti, che il punto D, sulla circonferenza di centro O, se scelto come posizione della copia rotoidale O_1, dista da B_1 sulla guida fissa della quantità *e°(l-r)*: qualunque altro punto P compreso fra D ed E darebbe:

$$\overline{PB_1} = (l - r) > e$$

e quindi il piede B non potrebbe compiere l'intera corsa senza bloccarsi.

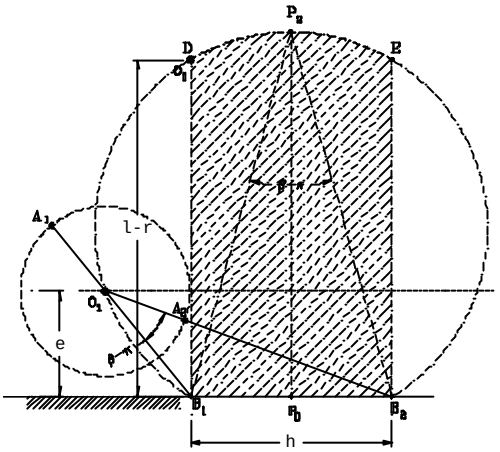


Figura 8

Si comprende che l'entità di questa limitazione è legata geometricamente al modo in cui la circonferenza di centro O è disposta rispetto alla guida fissa, e quindi è di fatto legata al valore dell'angolo β-π: più è ampio quest'angolo, più vicino è il centro O al punto P_0, e minore è la lunghezza degli archi di circonferenza su cui è possibile scegliere la posizione di O_1; al limite, se è $(\beta - \pi) = \pi/2$, ossia se $\beta = 3\pi/2$, si ha O≡P_0 e il problema non ammette soluzione. Si può quindi concludere che la condizione cui deve soddisfare il rapporto fra gli angoli descritti dalla manovella nelle due fasi è:

$$\frac{a}{b} = \frac{2p - b}{b} \geq \frac{1}{3}$$

oppure $a/b \leq 3$ se si scambiano le due fasi.

La libertà, sia pure con le limitazioni viste, di scegliere il punto dove disporre la coppia rotoidale fissa O_1 consente di imporre

un'ulteriore condizione: quella che il valore dell'angolo di trasmissione non scenda, durante il funzionamento, al di sotto di un determinato valore.

Come si può osservare dalla fig.9, il valore dell'angolo di trasmissione μ, formato dalla direzione della biella con la perpendicolare alla guida, varia con la posizione del piede B: è maggiore al p.m.e., minore al p.m.i.; il valore minimo si ha quando la manovella è disposta perpendicolarmente alla guida fissa.

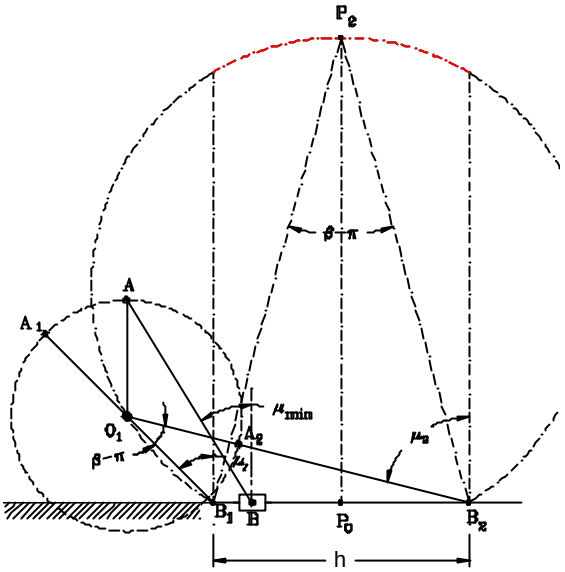


Figura 9

La condizione che si può porre è quella che l'angolo di trasmissione al p.m.i., μ_1, non sia minore di un prefissato valore μ_{lim}. Imponendo quest'ulteriore condizione si desume (fig. 10) che il campo di variabilità di β diminuisce.

Supponendo che sia $\mu_1=\mu_{lim}$, e se quest'angolo deve mantenere il suo valore, la direzione della biella al p.m.i. non può variare; varia invece lungo questa la posizione di O_1 che deve trovarsi sull'intersezione di O_1B_1 con la circonferenza corrispondente al diverso valore dell'angolo β-π che questa via via forma con O_1B_2.

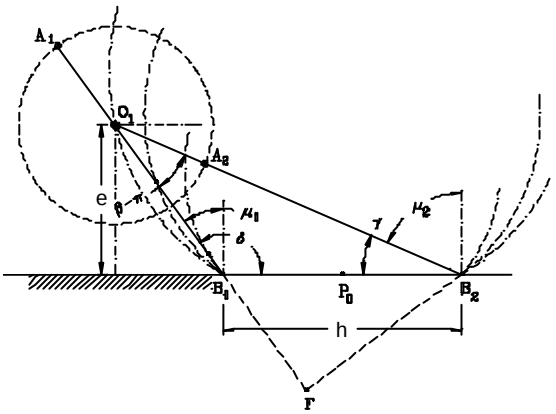


Figura 10

Ora, per ogni O_1, è sempre individuabile un triangolo O_1FB_2 per il quale si ha:

$$\overline{B_2F} = \overline{O_1B_2}\sin(b - p) = \overline{B_1B_2}\sin\left(\frac{p}{2} - m_1\right)$$

e per il quale è pur vero che quando

$$O_1 \to B_1 \quad \Rightarrow \quad (\beta - \pi) \to \left(\frac{\pi}{2} - \mu_1\right)$$

Pertanto imporre che sia $\mu_1=\mu_{lim}$ comporta che sia $\beta < \frac{3\pi}{2} - \mu_1$.

Il limite vero, di fatto, è ancora più basso perché, come si è visto (fig.9), è $\mu_{min}<\mu_1$.

Queste limitazioni fanno sì che questo tipo di meccanismo non si presta bene per la realizzazione di meccanismi "a ritorno rapido".

Dalla stessa fig. 10 si possono infine ricavare le relazioni analitiche utili per la progettazione del meccanismo.

Prendendo in esame il triangolo $O_1B_1B_2$, in cui è $O_1B_1=(l-r)$ ed $O_1B_2=(l+r)$, si può scrivere:

$$\frac{l-r}{\sin\gamma} = \frac{l+r}{\sin\delta} = \frac{h}{\sin(\beta-\pi)} \qquad \textbf{(1)}$$

essendo $\gamma = \frac{\pi}{2} - \mu_2$ e $\delta = \frac{\pi}{2} + \mu_1$.

Avremo quindi le due relazioni:

$$\begin{aligned} l - r &= \frac{h\sin\gamma}{\sin(\beta-\pi)} \\ l + r &= \frac{h\sin\delta}{\sin(\beta-\pi)} \end{aligned} \qquad \textbf{(2)}$$

da cui si ricava:

$$\begin{aligned} r &= \frac{h}{\sin(\beta-\pi)} \cdot \frac{\sin\delta - \sin\gamma}{2} \\ l &= \frac{h}{\sin(\beta-\pi)} \cdot \frac{\sin\delta + \sin\gamma}{2} \end{aligned} \qquad \textbf{(3)}$$

Inoltre, dovendo essere $(\beta-\pi)+\gamma+\delta=\pi$, tenendo conto delle posizioni fatte, ne segue:

$$\delta + \gamma = \pi - (\beta - \pi); \quad \delta - \gamma = \mu_1 + \mu_2 = 2\mu_0; \qquad \textbf{(4)}$$

Si ha allora:

$$\frac{\sin d - \sin g}{2} = \cos\frac{d+g}{2}\cdot\sin\frac{d-g}{2} = \sin\frac{b-p}{2}\cdot\sin m_0$$
$$\frac{\sin d + \sin g}{2} = \sin\frac{d+g}{2}\cdot\cos\frac{d-g}{2} = \cos\frac{b-p}{2}\cdot\cos m_0 \qquad \textbf{(5)}$$

per cui le (3) si scriveranno:

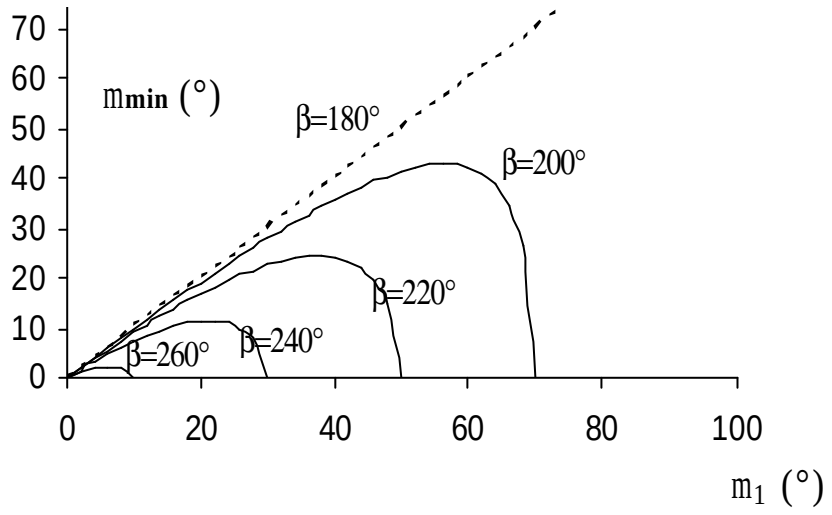
$$r = \frac{h}{\sin(\beta-\pi)}\cdot\sin\frac{\beta-\pi}{2}\cdot\sin\mu_0 = \frac{h}{2}\frac{\sin\mu_0}{\cos\frac{\beta-\pi}{2}}$$
$$l = \frac{h}{\sin(\beta-\pi)}\cdot\cos\frac{\beta-\pi}{2}\cdot\cos\mu_0 = \frac{h}{2}\frac{\cos\mu_0}{\sin\frac{\beta-\pi}{2}} \qquad \textbf{(6)}$$

L'eccentricità del manovellismo è poi:

$$e = (l-r)\cos m_1$$

mentre il valore di μ_{min} si determina (fig.9) da:

$$\cos m_{min} = \frac{e+r}{l} = \frac{r+(l-r)\cos m_1}{l} \qquad \textbf{(7)}$$



Il grafico mostra, per diversi valori di β, come varia il valore minimo dell'angolo di trasmissione al variare dell'angolo $\mu_1=\mu_{lim}$.

§ 2. – Sintesi grafica del quadrilatero manovella-bilanciere.

L'impostazione del problema può vedersi in modo strettamente analogo a quello del manovellismo di spinta. In corrispondenza ad un arco di rotazione, β, della manovella, l'estremità B della biella dovrà ancora muoversi da un estremo B_1 all'altro estremo B_2, ma con la differenza che, adesso, B deve percorrere un arco di circonferenza il cui raggio sarà quello imposto dalla lunghezza del bilanciere O_2B (fig.11).

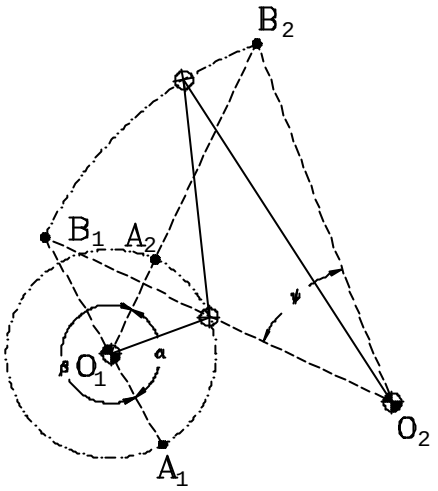


Figura 11

Fissata quindi l'ampiezza dell'an-golo β, e la distanza fra B_1 e B_2, si tratterà di trovare la lunghezza delle quattro aste e la posizione delle coppie rotoidali fisse O_1 ed O_2. E' implicito che alla lunghezza del bilanciere O_2B è direttamente connessa l'ampiezza dell'angolo ψ da lui descritto nel moto fra i punti B_1 e B_2.

Fissato quindi (fig. 12) il rapporto che si vuole che sussista fra gli angoli α e β (e quindi l'angolo $\beta-\pi$), ed una giacitura per la corda B_1B_2 corrispondente al desiderato angolo ψ, si può costruire, allo stesso modo del § precedente, la circonferenza il cui centro O sta sull'asse di B_1B_2 e passante per B_1, B_2 e P_2. Di nuovo, la coppia rotoidale fissa O_1 dovrà stare su questa circonferenza, e quindi, con una delle procedure viste per il manovellismo, si potranno determinare le lunghezze della manovella, r_1, e della biella, l.

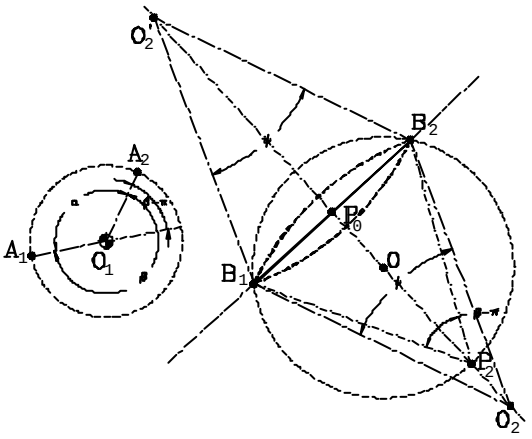


Figura 12

La posizione della coppia rotoidale fissa O_2 dovrà essere un punto dell'asse di B_1B_2 che veda questo segmento sotto l'angolo ψ. Ovviamente le scelte possibili sono due (O_2 e O'_2 in fig. 12) corrispondenti di conseguenza a due diverse traiettorie di B e quindi a due diversi quadrilateri: O_1ABO_2 oppure $O_1ABO'_2$ (fig. 13).

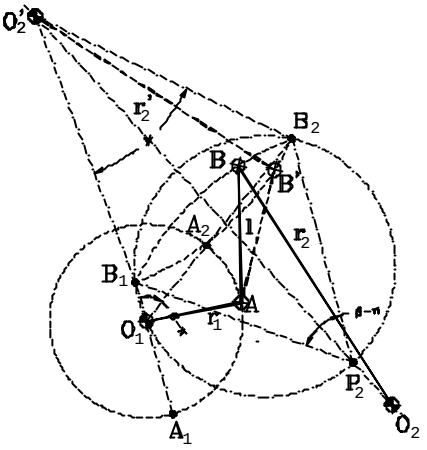


Figura 13

Anche nel caso del quadrilatero, se si vuole che il moto del bilanciere possa avvenire senza dover sciogliere i vincoli, si hanno delle limitazioni sulla scelta della posizione del punto O_1 sulla circonferenza di centro O.

Di contro, se l'angolo ψ lascia tutta la circonferenza al suo interno, il

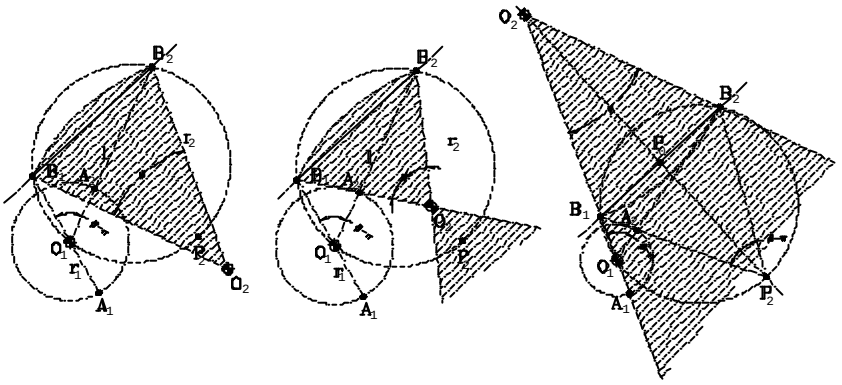


Figura 14

problema non ammette soluzione. Con l'aiuto della fig.15 è possibile desumere questo limite dell'angolo β per assegnato angolo ψ del bilanciere; e per i due casi in cui la coppia rotoidale fissa O_2 si trova dalla stessa parte di P_2 o dall'altra.

Considerando, per ciascuno dei due casi, i due triangoli rettangoli OB_1O_2 e $OB_1O'_2$, e confrontandoli con il corrispondente triangolo isoscele P_2OB_1, si ha:

$$B_1\hat{O}O_2 = \frac{p}{2} - \frac{y}{2} = p - (b - p) = 2p - b$$

da cui:

$$b = \frac{3p}{2} + \frac{y}{2}$$

se P_2 e O_2 stanno dalla stessa parte;
mentre, se P_2 e O_2 stanno da parti opposte, si ha:

$$B_1\hat{O}O'_2 = \frac{p}{2} - \frac{y}{2} = b - p$$

e quindi:

$$b = \frac{3p}{2} - \frac{y}{2}$$

Ne segue che dovrà essere:

$$\beta = \frac{3\pi}{2} \pm \frac{\psi}{2}$$

valendo il segno superiore nel caso in cui O_2 sta dalla stessa parte di P_2, e il segno inferiore nel caso opposto.

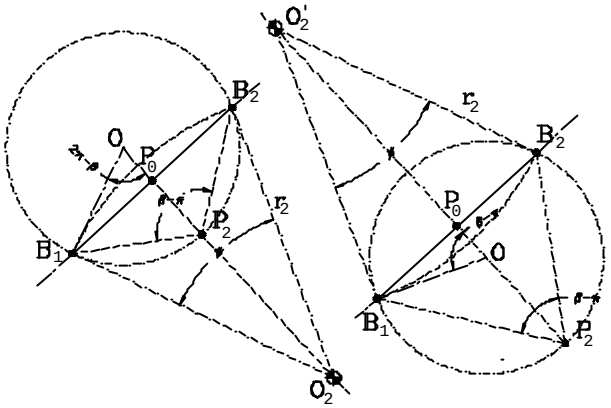


Figura 15

Occorre imporre limitazioni ancora più forti se si vuole imporre anche che l'angolo di trasmissione μ, quello fra le direzioni della bella e del bilanciere, non scenda al di sotto di un desiderato valore μ_{lim}. Il valore minimo, μ_{mim}, si verifica (fig. 16) quando la manovella si trova allineata con il telaio O_1O_2, ed in modo tale da trovarsi disposta internamente all'angolo $A_1\hat{O}_1A_2$, corrispondente alla corsa di ritorno.

Dalla stessa fig. 16 si possono dedurre le formule risolutive del progetto.

Dal triangolo $O_1B_1B_2$ si ha:

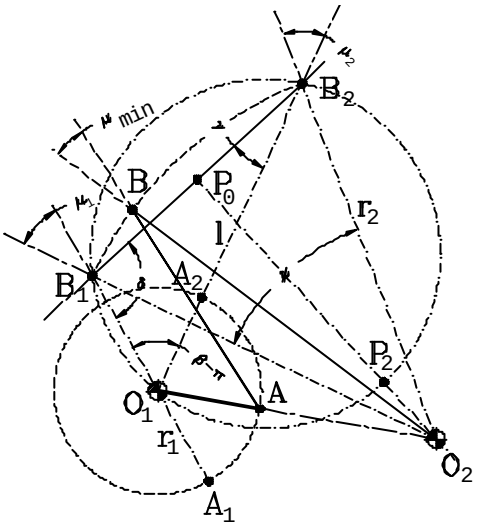


Figura 16

$$O_1B_1 = (l - r_1); \quad O_1B_2 = (l + r_1); \quad B_1B_2 = 2r_2 \sin\frac{\psi}{2}; \qquad \textbf{(8)}$$

ma anche:

$$\delta = \mu_1 + \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\psi}{2}\right); \quad \gamma = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\psi}{2}\right) - \mu_2; \qquad \textbf{(9)}$$

Allora sommando, e poi sottraendo, le (9), si ha:

$$\begin{aligned} \delta + \gamma &= \pi - \psi + \mu_1 - \mu_2 = \pi - (\beta - \pi) \\ \delta - \gamma &= \mu_1 + \mu_2 = 2\mu_0 \end{aligned} \qquad \textbf{(10)}$$

Con l'analogo procedimento già utilizzato per il manovellismo (cfr. (4) e (5) del §1) e tenendo conto delle (8) si ottiene:

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{h}{2}\frac{\sin\mu_0}{\cos\frac{\beta-\pi}{2}} = r_2 \sin\frac{\psi}{2}\frac{\sin\mu_0}{\cos\frac{\beta-\pi}{2}} \\ l &= \frac{h}{2}\frac{\cos\mu_0}{\sin\frac{\beta-\pi}{2}} = r_2 \sin\frac{\psi}{2}\frac{\cos\mu_0}{\sin\frac{\beta-\pi}{2}} \end{aligned} \qquad \textbf{(11)}$$

Inoltre, dal triangolo $O_1O_2B_1$, si ha per l lunghezza del telaio:

$$d = O_1O_2 = \sqrt{(l - r_1)^2 + r_2^2 - 2lr_2 \cos\mu_1} \qquad \textbf{(12)}$$

e, infine, si può determinare il valore del minimo angolo di trasmissione osservando che, in relazione al triangolo ABO_2, è:

$$(d \mp r_1)^2 = l^2 + r_2^2 - 2lr_2 \cos\mu_{min} \qquad \textbf{(13)}$$

valendo il segno superiore quando, come in fig.16, il valore di μ_{min} si ha con la coppia rotoidale A interna ad O_1O_2, quello inferiore quando tale valore si ha con la A esterna ad O_1O_2.
Si può quindi ricavare dalla (13):

$$\cos\mu_{min} = \frac{l^2 + r_2^2 - (d \mp r_1)^2}{2lr_2} \qquad \textbf{(14)}$$

La massima ampiezza dell'angolo ψ descritto dal bilanciere si ha quando al quadrilatero s'impone che sia $\alpha=\beta$, mentre quando è $\psi=\beta-\pi$ si ha la massima ampiezza dell'l'angolo β.
Anche questo tipo di quadrilatero, anche se migliore del manovellismo, non è particolarmente idoneo per la realizzazione di meccanismi a ritor-

no rapido, poiché, se si vogliono ottenere valori non troppo bassi dell'angolo di trasmissione μ_{min}, il guadagno che si riesce a realizzare non è troppo elevato; migliore è la situazione se, il valore basso dell'angolo di trasmissione minimo si verifica nella fase di ritorno e questa è una corsa "a vuoto" in cui, cioè, le forze in gioco non sono sensibili: in tal caso il valore più basso di μ_{min} diventa ancora accettabile e si ha un certo vantaggio nei confronti del manovellismo di spinta.

§ 3. – Sintesi del quadrilatero a doppia manovella.

Il quadrilatero articolato a doppia manovella può essere usato per generare in uscita un moto continuo unidirezionale caratterizzato da un rapporto di trasmissione periodicamente variabile: il periodo di questa variabilità corrisponde alla rotazione completa delle aste.

In generale il braccio d'uscita è destinato ad essere braccio motore di un altro meccanismo che richiede in ingresso fasi di moto che si svolgano con differenti velocità; il caso più frequente è quindi quello in cui la rotazione del cedente la si vuole suddivisa in due parti uguali in cui una abbia una velocità maggiore dell'altra. Corrisponde a queste due fasi la suddivisione della rotazione della manovella d'ingresso in due angoli: α e $\beta=2\pi-\alpha$; il valore di questi angoli determina il cosiddetto "*squilibrio*" del quadrilatero, inteso come il rapporto fra i valori di questi due angoli.

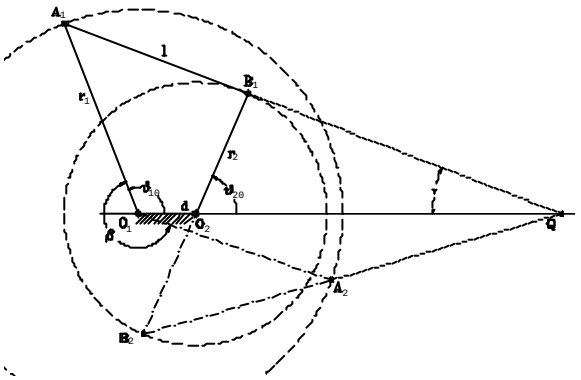


Figura 17

In termini di rapporto di trasmissione, τ, il massimo squilibrio si ha quando, nelle due fasi di rotazione della manovella d'ingresso, si ha $\tau>1$ in tutta la prima, e $\tau<1$ in tutta la seconda; ossia quando il rapporto di trasmissione s'inverte proprio in corrispondenza al passaggio di fase.

È questo che interessa ai fini della progettazione, perché in generale il comportamento di questo tipo di quadrilatero peggiora all'au-

mentare del massimo squilibrio, ed è perciò necessario imporre che lo squilibrio imposto sia anche quello massimo, τ_0; il che corrisponde anche al dire che i due valori di τ negli istanti di passaggio da una fase all'altra devono necessariamente coincidere.

Le due configurazioni corrispondenti al passaggio da una fase all'altra, allora, dovranno avere (fig. 17) lo stesso centro istantaneo di rotazione, Q, nel moto relativo fra le due manovelle.
Tenendo presente che, com'è noto, è:

$$\frac{QO_1}{QO_2} = \tau$$

avremo, che deve essere:

$$\frac{QO_1}{QO_2} = \frac{O_1O_2 + QO_2}{QO_2} = \frac{d + QO_2}{QO_2} = \frac{d}{QO_2} + 1 = t_0$$

e quindi possiamo porre:

$$\frac{QO_2}{d} = \frac{1}{t_0 - 1} \qquad \textbf{(15)}$$

Le relazioni utili alla risoluzione del problema, con un arbitrario valore di d, e prefissando un prescelto rapporto r_2/d, si possono scrivere, dopo alcuni laboriosi passaggi, come:

$$\sin J_2 = -\frac{1 - \left(\frac{r_2}{d}\right)^2 (t_0 - 1)^2}{1 - \tan^2 \frac{b}{2} \cdot (t_0 - 1)^2} \cdot \frac{\tan \frac{b}{2}}{\frac{r_2}{d}} \qquad \textbf{(16)}$$

$$\tan g = \frac{\frac{r_2}{d}(t_0 - 1)\sin J_2}{1 - \frac{r_2}{d}(t_0 - 1)\cos J_2} \qquad \textbf{(17)}$$

$$\tan\left[p - \left(J_1 + \frac{b}{2}\right)\right] = \frac{\frac{r_2}{d}(t_0 - 1)\cos J_2 \tan\frac{b}{2}}{1 + \frac{r_2}{d}(t_0 - 1)\sin J_2 \tan\frac{b}{2}} \qquad \textbf{(18)}$$

da cui le lunghezze delle aste:

$$\frac{r_1}{d} = \frac{t_0}{t_0 - 1} \cdot \frac{\sin g}{\sin\left(J_1 + g\right)} \qquad \textbf{(19)}$$

$$\frac{l}{d} = \cdot \frac{r_1 \sin J_1 - r_2 \sin J_2}{d \sin g} \qquad \textbf{(20)}$$

Per il progetto è consigliabile che sia $1<\tau_0<1.7$, e che sia anche:

$$-\tan\frac{b}{2} < \frac{r_2}{d} < \frac{1}{t_0 - 1}$$