CAPITOLO 1

LA QUALITA' DELLA TRASMISSIONE DEL MOTO

§ 1. – Angolo di trasmissione.

Essere in grado di giudicare quale sia, in un meccanismo, la qualità della trasmissione del moto quando si sia ancora in fase di progetto è comprensibilmente una cosa importante.
Ciò può essere fatto, in molti casi, in modo abbastanza semplicemente attraverso la conoscenza di un unico angolo, l'angolo di trasmissione, senza bisogno di coinvolgere in ciò né forze né velocità. *L'angolo di trasmissione m è l'angolo fra la direzione della velocità assoluta di un punto del membro di uscita, e la direzione della velocità nel moto relativo a questo di un punto del membro che gli trasmette il moto.*

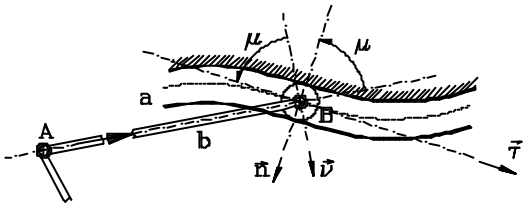

Fig. 1

La definizione di angolo di trasmissione si concretizza in quanto è indicato nella fig.1.

Guardando all'asta b, in moto nella direzione indicata, e che porta solidale alla sua estremità B un nottolino cilindrico impegnato in una guida ad asse curvilineo, la direzione del moto assoluto è data dalla tangente $\vec{\tau}$ alla traiettoria del nottolino; la direzione del moto dell'asta d'ingresso rispetto a B è quella della normale $\vec{\nu}$ alla direzione della congiungente AB.

L'angolo di trasmissione μ è l'angolo fra i due versori, misurato da $\vec{\nu}$ a $\vec{\tau}$.

Nel caso di un quadrilatero articc[illegible] /er-sore $\vec{\tau}$ è quella della perpendicolare alla congiungente BO_2, quella del versore $\vec{\nu}$ è quella della perpendicolare alla congiungente AB; pertanto l'angolo di trasmissione μ, di fatto, coincide con quello fra biella e bilanciere.

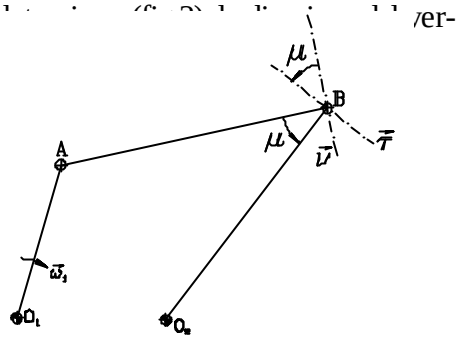

Fig. 2

Nel caso di un meccanismo di soli due membri (A) e (B), con in B un contatto di strisciamento, la direzione del versore $\vec{\tau}$ è quella della perpendicolare alla congiungente BO_2, quella del versore $\vec{\nu}$ è quella della tangente comune nel punto di contatto, direzione proprio della velocità relativa in quel punto: l'angolo di trasmissione μ, coincide, quindi, con l'angolo fra la normale di contatto e la congiungente BO_2.

La migliore trasmissione del moto si ha quando è μ=90°, mentre sarà impossibile quando è μ=0° oppure μ=180°: ma ciò che conta non è tanto il valore assoluto di μ bensì la sua differenza dai 90°.

Il valore minimo consentito all'angolo di trasmissione dipende dalle forze in gioco e dalle velocità; ma dipende anche dal tipo di meccanismo.

Una migliore valutazione della qualità del meccanismo si può avere, tuttavia, solo prendendo in considerazione le forze che realmente si esercitano in corrispondenza dei vincoli.

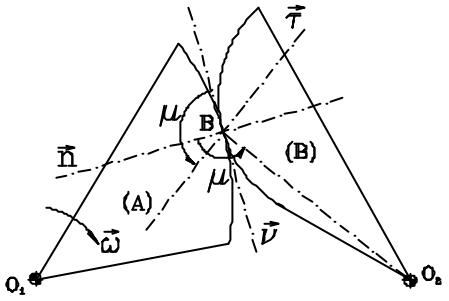

Fig.3

§ 2.- Valori particolari dell'angolo di trasmissione.

Nella valutazione di un meccanismo è importante determinare il suo minimo angolo di trasmissione, in quanto le configurazioni corrispondenti saranno quelle per cui si ha il minimo di forza trasmessa sul membro d'uscita.

Nel quadrilatero articolato, manovella-bilanciere di fig.4 i valori, minimo e massimo, di μ si hanno quando la manovella si trova allineata con il telaio: minimo quando la manovella è sovrapposta al telaio, massimo quando si trova sul suo prolungamento.

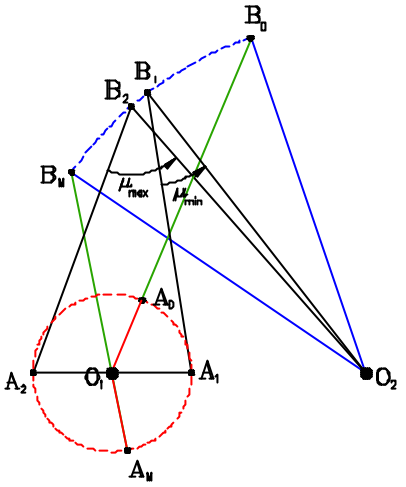

Fig. 4

L'utilizzazione delle formule risolutive del quadrilatero articolato piano sono, ovviamente sufficienti per determinare l'angolo μ corrispondente ad un qualsiasi angolo di manovella; deve essere comunque:

$$\mu = \pi - (\gamma + \beta)$$

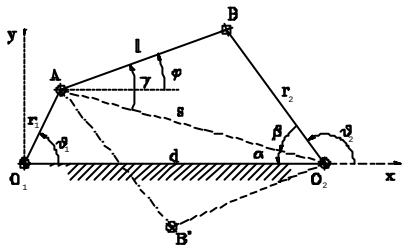

Fig. 5

dove è:

$$\cos g = \frac{s^2 + l^2 - r_2^2}{2ls} \quad \text{e}$$

$$\cos b = \frac{s^2 + r_2^2 - l^2}{2sr_2}$$

essendo:

$$s = \sqrt{r_1^2 + d^2 - 2r_1 d \cos J_1}$$

Per l'esempio riportato in fig.4, le particolari configurazioni di manovella consentono di prendere in considerazione i due triangoli $A_1B_1O_2$ e $A_2B_2O_2$ da cui si possono ricavare rispettivamente:

$$\cos\mu_{min} = \frac{l^2 + r_2^2 - (d - r_1)^2}{2lr_2} \quad \text{e} \quad \cos\mu_{max} = \frac{l^2 + r_2^2 - (d + r_1)^2}{2lr_2}$$

Si può rilevare come i valori dell'angolo di trasmissione dipendono, di fatto, dalla lunghezza delle singole aste della catena cinematica e, di conseguenza, la condizione voluta per il valore di μ è strettamente legata alla scelta che può farsi sulla loro lunghezza.

Sarà quindi nella fase della progettazione che dovranno effettuarsi quelle scelte che consentano di avere, durante il moto, valori dell'angolo di trasmissione che non scendano al di sotto di certi valori minimi.

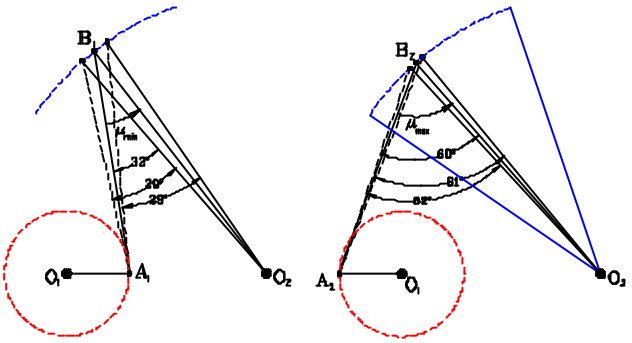

Fig. 6

Ciò è importante anche per un altro aspetto: perché quando il valore dell'angolo di trasmissione diventa molto piccolo gli effetti degli errori sul dimensionamento delle aste diventano molto più importanti che non quando l'angolo di trasmissione è vicino ai 90°. Se prendiamo in esame il medesimo quadrilatero di fig.4 e supponiamo di far variare la lunghezza della biella di una stessa quantità, in più o in meno, vediamo che l'effetto conseguente è una variazione di 4° quando si è nella configurazione di μ_{min} mentre è di 1° o 2° quando si è nella configurazione di μ_{max}.

S'intuisce che tali differenze sarebbero state ancora minori se biella e bilanciere avessero formato fra loro un angolo di 90°; come pure sarebbero state maggiori con un bilanciere più corto e minori con un bilanciere più lungo.

Tali problematiche diventano comprensibilmente importanti quando si ha a che fare con meccanismi di precisione.

Nei meccanismi destinati anche al moto inverso il problema va, ovviamente, affrontato anche per tale moto.

§ 3. – Il moto in corrispondenza dei punti morti.

Quando un meccanismo si trova in una configurazione di punto morto, l'angolo di trasmissione è nullo; la trasmissione del moto diventa impossibile, ed è quindi necessario prevedere degli accorgimenti per ottenere il superamento di tali posizioni.
Si potrebbe prevedere un'ulteriore asta movente cui affidare tale compito, ma una soluzione di questo tipo implicherebbe l'esistenza di un nuovo angolo di trasmissione e quindi la possibilità di avere, in altra configurazione, un'altra situazione di punto morto.
Inoltre, se il meccanismo lavora a velocità elevata, è anche possibile che essa possa cedere una parte della sua energia cinetica per il superamento della posizione di punto morto.
Tale problema può anche essere risolto facendo intervenire, in vario modo, delle molle.
Per esempio, in un meccanismo come quello di fig.7, costituito da due quadrilateri aventi in comune il bilanciere O_2B ed in cui è motrice la manovella O_1A, si hanno due configurazioni di punto morto corrispondenti all'allineamento della seconda biella BD con la manovella d'uscita O_3D: l'angolo di trasmissione fra queste due aste in tali istanti è nullo, e la biella non è in grado di far proseguire nel suo moto l'asta O_3D.

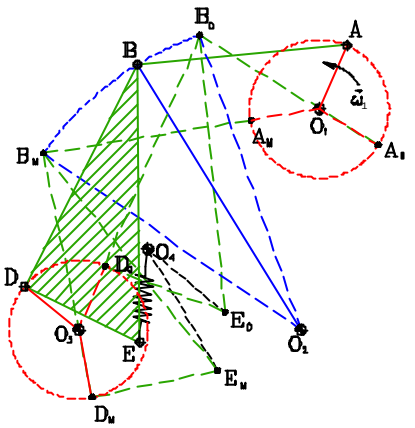

Fig.7

Una soluzione possibile sarebbe quella di calettare solidalmente a quest'ultima un disco che funge da volano; ma è anche possibile fare intervenire una molla ancorata, con un estremo, ad un punto fisso O_4 e con l'altro ad un opportuno punto E della biella. Tali punti devono essere opportunamente scelti in modo tale che la forza esercitata dalla molla consenta al punto E stesso di proseguire sulla sua traiettoria. La molla, incamera energia quando la biella può fungere da elemento motore nei confronti della manovella, e la cede in corrispondenza dei punti morti D_0 e D_M. Si noti, tuttavia, che, una volta effettuata la scelta per i punti O_4 ed E, il possibile verso di rotazione della manovella DO_3 può essere uno solo (antiorario in fig.7).

§ 4. – Teorema di Freudenstein.

Nella progettazione, ma anche nell'analisi, dei meccanismi è importante spesso individuare quelle configurazioni in cui il rapporto di trasmissione assume il suo valore massimo o minimo.

Per il quadrilatero articolato piano, il teorema di Freudenstein afferma *che i valori estremi del rapporto di trasmissione (massimo o minimo) si hanno in corrispondenza a quelle configurazioni in cui la retta congiungente il centro del moto assoluto della biella con il centro del moto relativo fra ingresso ed uscita risulta perpendicolare alla biella stessa*.

Infatti, in base del teorema di Kennedy, possiamo scrivere:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{O_1H}{O_1H + O_1O_2}$$

ossia:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{O_1H}{O_1H + \text{cost}}$$

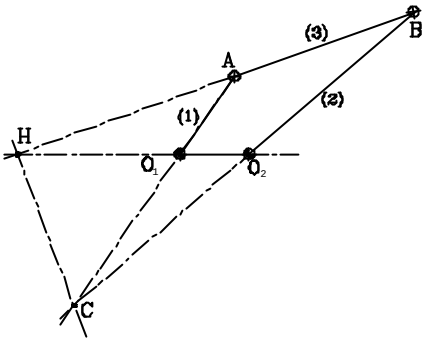

Figura 8

da dove si vede che i valori estremi del rapporto di trasmissione si hanno per quelle configurazioni per cui risulta massimo o minimo il segmento O_1H.

Ma, al variare delle configurazioni del quadrilatero, il punto H percorre la retta dei centri O_1O_2 con moto alterno; devono quindi esistere una configurazione in cui il punto H inverte il suo moto. In quell'istante la sua velocità sulla retta dei centri deve essere nulla. Considerando lo stesso punto H come punto mobile della biella, la sua velocità sulla O_1O_2 (assoluta) sarà istante per istante la somma di una velocità relativa lungo la AB e di una velocità di trascinamento da parte della biella, perpendicolare ad HC. Se la HC e la AB sono fra loro perpendicolari si avrà $\vec{v}_H^{(a)} = 0$.

Lo stesso procedimento, se applicata a quella inversione del quadrilatero in cui l'asta (1) diventa telaio, consente di trovare le configurazioni per cui si hanno i valori estremi del rapporto ω_3/ω_1.

§ 5. – Indice di merito e guadagno meccanico.

L'indice di merito di un meccanismo è un parametro atto a stabilire univocamente se un dato meccanismo è classificabile come più o meno "buono".

Per quanto non ci sia ancora un accordo su quale parametro utilizzare, i parametri maggiormente usati fanno di solito riferimento al valore del rapporto di trasmissione, determinabile quindi unicamente a partire dalla conoscenza della geometria del sistema anche se poi si fa riferimento, nella maggior parte dei casi al tipo di applicazione del meccanismo, e, soprattutto, alla scelta fra membro d'ingresso e membro d'uscita.

Nella risoluzione dei meccanismi, sia come problema di analisi che di sintesi, la valutazione della convenienza a adottare un determinato meccanismo per una data applicazione è legata alla conoscenza di come varia il suo indice di merito per tutto il campo di mobilità del membro d'ingresso.

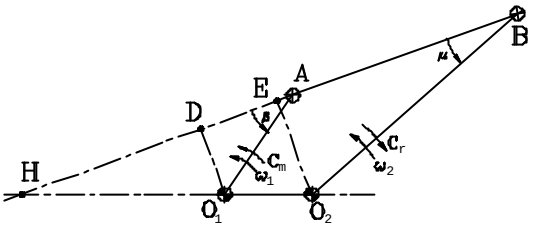

Figura 9

Per il quadrilatero articolato piano si è visto che il rapporto di trasmissione corrisponde al rapporto:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{O_1H}{O_2H}$$

e che i valori estremi di tale rapporto si hanno (teorema di Freudenstein) quando la biella è perpendicolare alla congiungente CH.

Un modo equivalente è quello di tener conto che è anche:

$$\frac{C_r}{C_m} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2H}{O_1H}$$

Tale rapporto, che, evidentemente, è l'inverso del rapporto di trasmissione, prende il nome di **guadagno meccanico;** è il rapporto fra la coppia disponibile in uscita rispetto alla coppia motrice. Rappresenta quindi bene un indice della qualità del meccanismo.

Dalla fig. 9, condotte da O_1 ed O_2 le perpendicolari alla direzione della

biella, si può dedurre che lo stesso rapporto si può scrivere come:

$$\frac{C_r}{C_m} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2H}{O_1H} = \frac{O_2E}{O_1D} = \frac{r_2 \sin \mu}{r_1 \sin \beta}$$

dove l'angolo b si può facilmente calcolare dalle formule risolutive già

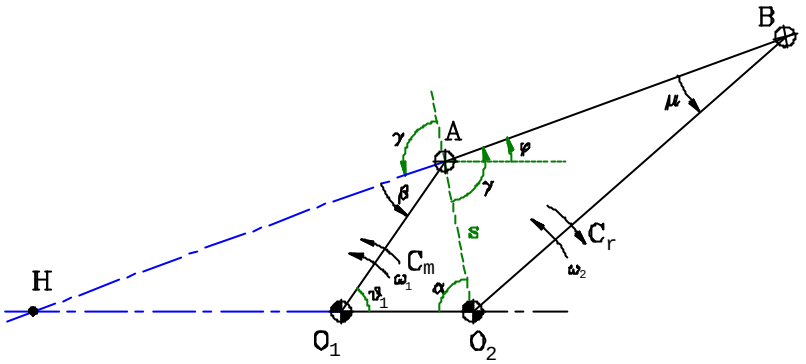

Figura 10

viste, e osservando (fig.10) che è:

$$b \pm g = J_1 + a$$

Il guadagno meccanico, come si vede, è direttamente connesso all'angolo di trasmissione del meccanismo.

Quando il quadrilatero si trova nella configurazione in cui il bilanciere è a punto morto (fig.11) si ha $O_1H=0$ oppure anche $\sin \beta = 0$ ed il guadagno meccanico diventa infinito. Questa configurazione può essere sfruttata molto bene per la realizzazione di dispositivi di bloccaggio.

In altri meccanismi, come ruote dentate, meccanismi a camme, e simili, l'indice di merito può anche essere rappresentato dall'angolo di pressione: l'angolo acuto fra la direzione della forza agente nel contatto sul membro d'uscita e la direzione della velocità del suo punto di applicazione. Per il quadrilatero corrisponderebbe al complementare di μ.

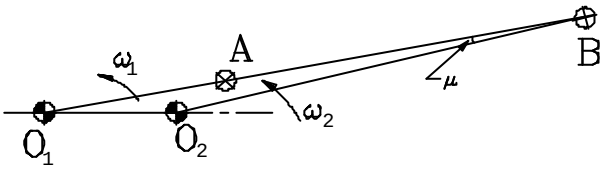

Figura 11